

非最小相位系统跟踪控制综述

叶林奇¹, 宗群¹, 田栢苓^{1†}, 王芳²

(1. 天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072; 2. 燕山大学 理学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 非最小相位系统是指包含不稳定零动态的系统. 经典的跟踪控制理论, 特别是非线性系统跟踪控制理论, 是以最小相位系统为基础建立的, 不能直接用于非最小相位系统. 研究非最小相位系统跟踪控制理论, 是对经典控制理论的扩展和补充, 具有重要的意义. 本文对目前非最小相位系统跟踪控制领域取得的成果进行综述. 首先梳理各种非最小相位系统跟踪控制方法的基本思想, 并按照近似跟踪和精确跟踪进行归类, 建立非最小相位系统跟踪控制的基本框架. 然后围绕该框架对各种方法进行详细介绍. 接着讨论非最小相位系统的跟踪性能限制. 最后总结现有研究存在的一些问题及对今后的发展方向进行展望. 本文的目的在于使控制工作者对非最小相位系统的跟踪控制有一个较为清晰的认识.

关键词: 控制系统; 非最小相位; 跟踪控制; 零动态; 性能限制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Tracking control of nonminimum phase systems: an overview

YE Lin-qi¹, ZONG Qun¹, TIAN Bai-ling^{1†}, WANG Fang²

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: Nonminimum phase systems refer to the systems with unstable zero dynamics. Classical tracking control theory, especially nonlinear systems tracking control theory, is developed on the hypothesis of minimum phase systems, which prevents its direct application to nonminimum phase systems. As an extension and implementation of classical control theory, it is of great significance to investigate the tracking control theory of nonminimum phase systems. This paper makes an overview on the current achievements in tracking control of nonminimum phase systems. First, the basic idea of each method for tracking control of nonminimum phase systems is summarized, and a basic framework is presented by sorting these methods into approximate tracking and exact tracking. Then, the methods are introduced one by one according to the preceding framework. Next, the tracking performance limitations of nonminimum phase systems are discussed. Finally, some issues of the current research are summarized and an outlook on future directions is provided. The purpose of this paper is to help control engineers acquire a comparatively comprehensive understanding in tracking control of nonminimum phase systems.

Key words: control systems; nonminimum phase; tracking control; zero dynamics; performance limitations

1 引言(Introduction)

非最小相位系统是指包含不稳定零动态的系统^[1]. 1988年Byrnes和Isidori提出零动态^[2]的概念, 将非最小相位系统的定义扩展到非线性系统, 并将微分几何理论引入到非线性控制, 为非最小相位系统的跟踪控制提供了有力的研究工具.

根据文献[1], 系统状态可划分为两部分: 外部状态和内部状态. 以 n 阶单输入单输出(single input single output, SISO)系统为例, 对输出求导直到出现控制输入, 求导的最高次数 r 称为系统的相对阶, 输出及其

各阶导数(一直到 $r-1$ 阶导数)称为外部状态, 其余不能用输出及其导数表示的状态称为内部状态, 内部状态的导数中不出现控制输入. 这是系统的一种标准型表示, 称为Byrnes-Isidori标准型(B-I标准型). 一般的系统模型可以通过微分同胚映射得到B-I标准型, 具体步骤请参考文献[1]. 一般地, n 阶SISO仿射非线性系统的B-I标准型可表示为

$$\begin{aligned} \xi_1^{(r)} &= b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u, \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2016-05-16; 录用日期: 2016-12-21.

[†]通信作者. E-mail: bailing.tian@tju.edu.cn; Tel.: +86 13752505380.

本文责任编辑: 潘泉.

国家自然科学基金项目(61273092, 61673294, 61503323), 中国博士后科学基金项目(2015M571282), 秦皇岛市科技计划项目(201502A178)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61273092, 61673294, 61503323), China Postdoctoral Science Foundation (2015M571282) and Qin huangdao Science and Technology Project (201502A178).

其中: $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_r]^T = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(r-1)}]^T \in \mathbb{R}^r$ 为系统的外部状态, $\eta \in \mathbb{R}^{n-r}$ 为系统的内部状态, 内部状态构成的动力系统 $\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$ 称为内动态. 采用反馈控制律

$$u = [-b(\xi, \eta) + v]/a(\xi, \eta), \quad (2)$$

将外部状态线性化, 得到

$$\begin{aligned} \xi_1^{(r)} &= v, \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (3)$$

这个过程称为反馈线性化, 其中 v 为新输入. 可见, 系统被分解成了一个 r 维的线性积分链子系统和一个 $n - r$ 维的非线性内动态子系统, 如图1所示.

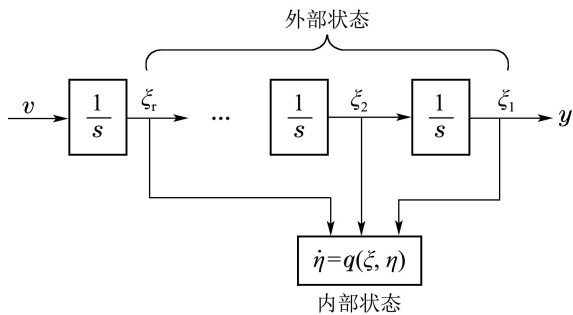


图1 B-I标准型

Fig. 1 B-I normal form

零动态是指所有外部状态为零时的内动态, 即 $\dot{\eta} = q(0, \eta)$, 这是对线性系统零点的推广. 非最小相位系统是指包含不稳定零动态的系统, 在线性系统中相当于包含右半平面零点的系统.

跟踪控制要求系统输出跟随给定的参考轨迹运动, 非最小相位系统的跟踪控制比最小相位系统困难很多, 是控制领域公认的难点问题. 非最小相位问题是对跟踪控制理论以及其他许多经典控制理论的主要限制因素. 可以说, 非最小相位问题在影响系统控制性能、增大控制难度方面带来的挑战不亚于干扰和不确定. 非最小相位系统与最小相位系统的根本区别在于零动态的稳定性, 而零动态的稳定性反映了内动态本身的结构是否稳定. 对于最小相位系统, 内动态具备自稳定性, 因此只需要针对外部状态设计跟踪控制器. 而对于非最小相位系统, 内动态不具备自稳定性, 因此必须同时考虑输出的跟踪和内动态的稳定. 经典的非线性跟踪控制理论, 如反馈线性化、动态逆、反步、滑模, 基本上都是在最小相位系统的基础上发展起来的. 这些方法通常只考虑输出的跟踪, 没有考虑内动态的稳定, 因此将它们直接用于非最小相位系统会导致内动态发散, 无法保证系统稳定性^[3]. 因而研究非最小相位系统跟踪控制理论, 是对经典控制理论的扩展和补充, 具有重要的意义.

非最小相位系统在实际中广泛存在, 如化学反应器^[4-5]、磁盘驱动器^[6-7]、电力电子变换器^[8-10]、倒立

摆^[11-12]、柔性机械臂^[13-15]、汽车^[16]、轮船^[17-18]、自主水下航行器^[19]、飞机^[20]、垂直起降飞行器 (vertical take off and landing aircraft, VTOL)^[21-24]、导弹^[25]、可重复使用运载器^[26]及高超声速飞行器^[27-28]等. 导致非最小相位特性的原因主要有3种: 有的是由耦合引起的, 例如高超声速飞行器俯仰通道的非最小相位特性是由于升降舵-升力耦合导致的^[27]; 有的是由于欠驱动导致的, 例如轮船的横向位置控制缺乏直接的横向推力机构^[18]; 甚至有的连续系统本身是最小相位的, 离散化时采样间隔不当也会造成离散化后的系统变为非最小相位的^[29]. 由于设计上的原因, 或者出于成本的考虑, 这些系统的非最小相位特性一般是无法避免的. 这些系统涉及工业、国防和日常生活等方方面面, 并且很多都要求达到高精度性能, 如何保证它们的稳定精确跟踪控制是一个关键问题. 正因为如此, 人们对这些系统进行了大量研究, 这也大大促进了非最小相位系统跟踪控制理论的发展.

本文的目的在于总结前人在非最小相位系统跟踪控制领域取得的成果, 着重阐述其基本思想, 详细的公式推导及理论证明请查阅参考文献. 需要说明的是, 文献[30-31]也总结了非最小相位系统控制方法, 本文与前两文的区别在于: 1) 前两文的研究面较宽, 既有镇定问题又有跟踪问题, 对于跟踪控制的阐述稍有不足, 有些跟踪控制方法没有介绍. 而非最小相位系统的跟踪控制尤其是精确跟踪是最大的难点问题, 本文将进行重点阐述, 作为对前两文的有益补充. 2) 前两文对于各种控制方法之间关系的阐述不是很明确. 为此, 本文首先在第2节介绍非最小相位系统跟踪控制的发展脉络, 阐明各种方法的基本思想, 并按照近似跟踪和精确跟踪进行归类, 力图建立一个清晰统一的框架, 以便使控制工作者对非最小相位系统的跟踪控制有一个更加全面清晰的了解. 3) 本文增加了非最小相位系统跟踪性能限制方面的内容, 这是非最小相位系统所固有的性能极限, 有助于加深读者对非最小相位系统跟踪控制的认识.

本文剩余部分安排如下: 第2节介绍非最小相位系统跟踪控制的基本框架, 接着在第3节、第4节分别对非最小相位系统近似跟踪控制方法和精确跟踪控制方法进行具体介绍, 第5节介绍非最小相位系统跟踪性能限制, 最后在第6节进行总结和展望.

2 非最小相位系统跟踪控制的基本框架 (Basic framework for tracking control of nonminimum phase systems)

非最小相位系统跟踪控制的研究从20世纪90年代开始变得异常活跃, 经过30多年的发展, 人们对非最小相位系统跟踪控制问题的了解不断深入, 提出了一系列新方法新思路. 根据国内外相关文献报道, 非最

小相位系统跟踪控制方法主要包括零相位误差跟踪控制(zero phase error tracking control)^[9,32-36]、广义Smith预估器(generalized Smith predictor)^[5]、输出重定义(output redefinition)^[24,37-39]、输出调节(output regulation)^[40-42]、近似反馈线性化(approximate feedback linearization)^[43]、因子分解(factorization)^[44-46]、稳定逆(stable inversion)^[47-50]、动态滑模^[51-55]、稳定系统中心(stable system center)^[3,56-59]等. 主要研究学者包括意大利罗马大学的Alberto Isidori, 意大利马尔凯理工大学的Leopoldo Jetto, 美国爱荷华州立大学的

Degang Chen, 美国华盛顿大学的Christopher I Byrnes, 美国阿拉巴马汉茨维尔大学的Yuri Shtessel, 美国罗格斯大学的Qingze Zou, 美国德州农工大学的Costas Kravaris, 美国南加州大学的John Hauser, 美国华盛顿大学的Santosh Devasia, 中国科学院数学与系统科学研究院的程代展教授, 香港中文大学的黄捷教授等. 根据各种方法提出及持续的时间, 将发展脉络整理如图2所示. 总体来说, 非最小相位系统跟踪控制的研究经历了从线性到非线性、从近似跟踪到精确跟踪的发展过程.

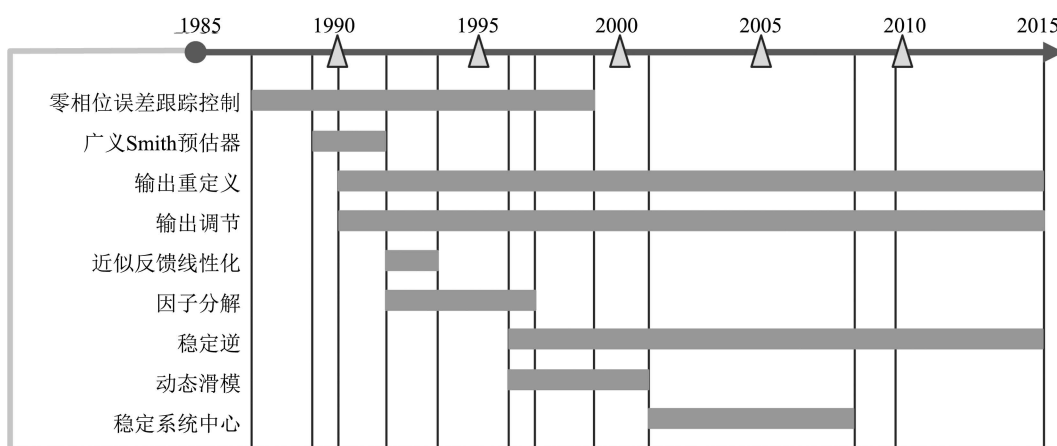


图2 非最小相位系统跟踪控制方法发展脉络

Fig. 2 Development route for tracking control of nonminimum phase systems

这些处理非最小相位系统跟踪控制问题的方法虽然各不相同, 但是究其本质可以归结为两种思路: 第1种思路是将原问题转化为镇定问题; 第2种思路是将原问题转化为最小相位系统跟踪控制问题. 由于非最小相位系统的跟踪控制难以直接处理, 而非最小相位系统的镇定控制以及最小相位系统的跟踪控制则相对容易处理, 因此可以设法将非最小相位系统的跟踪控制转化为后两类问题.

首先分析第1种思路: 将跟踪问题转化为镇定问题. 镇定控制一般是指将系统状态镇定到零或者某个平衡点. 与此不同, 跟踪控制需要使输出沿参考轨迹运动. 不过, 可以将实际输出与期望输出做差, 建立误差系统, 从而将跟踪问题转换为误差系统的镇定问题. 镇定控制的基本思想是极点配置, 考虑的是闭环系统整体稳定性, 不局限于外部状态或者内部状态, 因而并不受限于非最小相位特性. 对于线性系统, 只要系统能控, 就可以找到反馈控制律使闭环系统稳定, 不管系统是否为非最小相位系统. 对于非线性系统, 可以线性化以后设计全状态反馈进行闭环极点配置, 虽然做不到全局稳定, 但可以保证局部稳定. 因此, 采用镇定思路来处理非最小相位系统跟踪控制问题是非常合适的, 因为避开了

经典非线性方法造成的控制器不稳定.

按镇定思路处理跟踪问题可以细分为两种做法: 第1种做法是只采用反馈, 可实现近似跟踪; 第2种做法是采用反馈加前馈, 可实现精确跟踪. 对于第1种做法, 即使采用高增益反馈, 闭环增益也只能接近于1, 不能等于1. 而且增益增大时, 闭环极点朝开环零点靠拢, 使得增益不能太大. 即使控制器包含积分环节, 也只能保证对阶跃信号无稳态误差, 而对于一般的时变信号只能实现近似跟踪. 对于某些非线性系统, 可以采用稳定/不稳定因子分解法(stable/anti-stable factorization)^[44-45]和动态滑模方法^[51-54], 它们的基本思想也是极点配置.

只采用反馈之所以无法实现精确跟踪, 是因为跟踪控制问题和输出误差系统镇定问题并不完全等价. 镇定时考虑的是将输出跟踪误差和其余状态全部镇定到零, 然而事实上输出沿参考轨迹运动时其余状态并不能保持为零. 换言之, 零不是输出误差系统的平衡点, 因而输出跟踪误差无法镇定到零. 可见, 实现精确跟踪的关键是寻找一个与跟踪问题完全等价的误差系统镇定问题, 而这可以通过前馈来实现, 形成一种反馈加前馈的控制架构^[48]. 其中前馈起到预测的作用, 通过事先计算好保证输出沿

参考轨迹运动所需的控制量和所有状态参考轨迹,则在全状态和输入误差坐标系中,跟踪问题完全等价于误差系统的镇定问题,然后采用反馈镇定就可以实现稳定精确跟踪.该做法的难点在于前馈控制量和状态参考轨迹的计算,这其实是求系统逆的过程,即:给定输出参考轨迹,反求所需的控制输入和状态量.

接下来分析第2种思路:将原问题转化为最小相位系统跟踪控制问题.由定义可知,输出决定外部状态,从而内部状态和零动态也相应确定.因此,输出与零动态具有一一对应关系,改变输出就可以改变对应的零动态.对于一个非最小相位系统,如果其零动态是关于输出可控的,则可以构造一个包含原来外部状态和内部状态的新状态变量作为输出,使其转化为最小相位系统^[38],这种方法一般称为输出重定义.这种转化有利有弊:好处是方便了设计稳定控制器,因为新输出是最小相位的,可以直接针对新输出采用传统非线性控制方法如反馈线性化^[1]、反步^[60-61]等方法设计控制器;缺陷在于跟踪问题不如原来直观,要实现原来的跟踪目标变的很困难,因为新输出同时包含原来的外部状态和内部状态,使得新坐标系下的控制目标和原来控制目标之间的等价关系很难构建.为了实现原来的控制目标,文献中通常采用两种做法:第1种做法是只改变输出,不改变输出参考轨迹,只能实现近似跟踪;第2种做法是改变输出,并改变输出参考轨迹,可以实现精确跟踪.第1种做法需要寻找一个与原输出特性相近的最小相位新输出,新输出还是跟踪

原来的参考轨迹.这类方法包括广义Smith预估器^[5]、零直流误差跟踪控制(zero DC error tracking control)^[9,32]、零相位误差跟踪控制^[9,32-33]、零幅值误差跟踪控制(zero magnitude error tracking control)^[9,32]、静态等价输出(statically equivalent output)^[4-5,37,62-64]等.第2种做法除了寻找最小相位新输出,还需要为新输出设计新的参考轨迹以保证原输出能沿给定参考轨迹运动.通过原输出参考轨迹求新输出参考轨迹的过程仍需借助于系统逆的计算,后面将会详细介绍.新的参考轨迹补偿了改变输出带来的差异,因而可以实现精确跟踪.而且新输出和原输出之间不要求特性相近,只需要保证新输出对应的零动态是稳定的即可.这时通常可以通过B-I标准型寻找新输出^[38-39],其他方法还包括平坦输出(flat output)^[8,24]、零动态配置(assignment of zero dynamics)^[63]等.

此外,对于一些特殊的非最小相位系统,还可以通过模型变换将系统变为最小相位系统.比如针对弱非最小相位系统的近似反馈线性化方法^[43],以及针对最大相位系统的内外因子分解法(inner-outer factorization)^[44,46].这两种方法其实也是将原问题转化为最小相位系统跟踪问题,不过是通过模型变换得到近似模型,在输出不变的情况下使系统成为最小相位系统,只能实现近似跟踪.

综上所述,处理非最小相位系统跟踪控制问题的方法归结为两种思路,并且衍生出5种做法,它们分别能实现近似跟踪或精确跟踪,如图3所示.

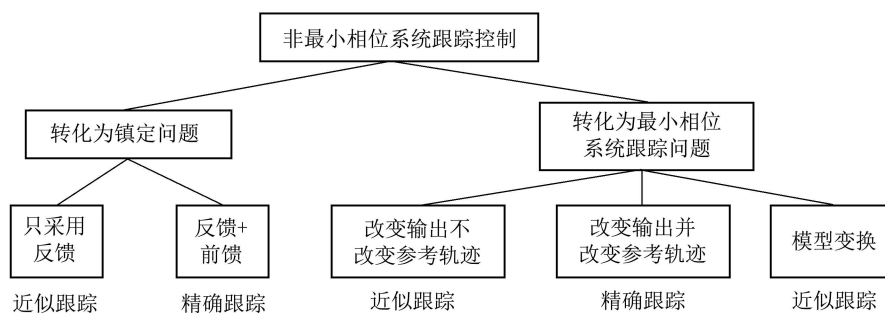


图3 非最小相位系统跟踪控制思路

Fig. 3 Ideas for tracking control of nonminimum phase systems

由图3可知,实现近似跟踪有3种做法:第1种做法是通过建立输出误差系统,将跟踪问题转化为镇定问题,并采用反馈镇定,这类方法包括稳定/不稳定因子分解法^[44-45]和动态滑模方法^[51-54],它们的基本思想是极点配置;第2种做法是寻找一个与输出特性相近的最小相位新输出,将原问题转化为最小相位系统跟踪问题,并在不改变参考轨迹的情况

下针对新输出设计跟踪控制器,这类方法包括广义Smith预估器^[5]、零直流误差跟踪控制^[9,32]、零相位误差跟踪控制^[9,32-36]、零幅值误差跟踪控制^[9,32]、静态等价输出^[5,37,62-64],它们的基本思想是输出重定义;第3种做法是针对两类特殊非最小相位系统,通过模型变换将系统变为最小相位系统,然后针对最小相位系统设计跟踪控制器,这类方法

包括近似反馈线性化方法^[43]和内外因子分解法^[44,46].

由图3可知, 精确跟踪可以通过反馈加前馈, 或者同时改变输出和参考轨迹实现, 而这两种做法都需要计算系统逆. 然而对于非最小相位系统, 直接求系统逆是不稳定的, 需要寻找它的一个有界特解, 即稳定逆^[48]. 因而精确跟踪的实现可以分为两个步骤: 控制器设计和稳定逆计算. 其中控制器设计可以采用反馈加前馈结构的极点配置方法, 包括状态跟踪器^[48]和轨迹线性化方法(trajec-tory linearization)^[65], 也可以先利用标准型方法^[38-39]、平坦输出方法^[24]或零动态配置方法^[63]进行输出重定义, 再设计非线性控制器. 第2步是计算稳定逆, 文献中提出了多种稳定逆计算方法. 第1种方法是通过调节器方程^[40-42]. 该方法需要假设参考信号由已知外系统产生, 通过建立调节器方程得到稳定逆. 该方法的局限性很明显, 因为很多一般的信号无法只由一个外系统得到. 另一种方法是稳定系统中心(stable system center)^[3,56-58]. 该方法假设参考信号

由一个特征多项式已知的线性外系统产生, 设计估计器来逼近稳定逆. 该方法提供了另一种思路, 但是并没有打破无法通用的局限性. 1996年, Devasia 提出了非因果稳定逆方法(noncausal stable inversion)^[48], 稳定逆才有了通用的解法. 该方法将内动态分解为稳定和不稳定部分, 稳定部分的逆通过正向时间积分, 不稳定部分的逆通过反向时间积分得到, 适用于任何参考轨迹, 该方法的缺点是需要知道参考轨迹的所有未来信息. 1999年, Zou Qingze 提出预览稳定逆方法(preview-based stable inversion)^[66-67], 可以通过有限时间内的参考轨迹信息求解稳定逆, 至此稳定逆的计算问题基本上得到了解决.

上面介绍了非最小相位系统近似跟踪和精确跟踪的各种实现方法, 它们构成了非最小相位系统跟踪控制的基本框架, 如图4所示. 后面两节将按照这个框架, 从近似跟踪和精确跟踪两个方面展开详细介绍.

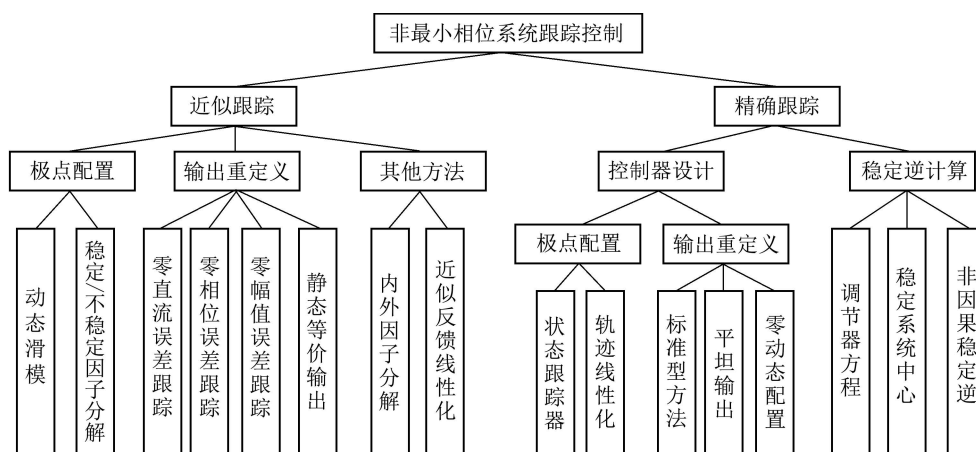


图 4 非最小相位系统跟踪控制基本框架

Fig. 4 Basic framework for tracking control of nonminimum phase systems

3 非最小相位系统近似跟踪控制(Approximate tracking control of nonminimum phase systems)

本节综述非最小相位系统的近似跟踪控制方法, 这类方法对常值信号能实现渐近跟踪, 对一般时变信号能保证系统稳定且跟踪误差有界. 下面按照第2节总结的三类近似跟踪控制方法展开叙述.

3.1 基于极点配置的非最小相位系统近似跟踪控制方法(Approximate tracking control methods for nonminimum phase systems based on pole assignment)

这类方法利用输出误差将跟踪问题转化为镇定

问题, 并通过极点配置实现误差系统的镇定. 对于线性系统, 只需将状态反馈中的输出替换为输出误差, 即可在保证系统稳定的基础上实现对输出的近似跟踪. 对于非线性系统, 需要先将模型转化为某种特殊形式, 再利用极点配置设计控制器, 这类方法包括稳定/不稳定因子分解方法和动态滑模方法, 下面分别进行介绍.

3.1.1 稳定/不稳定因子分解法(Stable/anti-stable factorization)

稳定/不稳定因子分解法适用于某些非线性系统. 文献^[44]介绍了该方法的基本思路, 首先通过合适的坐标变换将系统转化为一种特殊的B-I标准型:

$$\begin{cases} \xi_1^{(r)} = v, \\ \dot{\eta}_u = M\xi + N\eta_u, \\ \dot{\eta}_s = \gamma(\xi, \eta_u, \eta_s). \end{cases} \quad (4)$$

和标准型(3)相比,这里的内动态分解成了不稳定部分 η_u 和稳定部分 η_s ,不稳定部分是线性的且与稳定部分是解耦的,即不稳定部分不受稳定部分的影响.然后不稳定内动态和外部状态(误差系统)一起通过极点配置镇定保证系统整体稳定性,稳定内动态则留在闭环系统中.在适当条件下,该方法可实现非线性非最小相位系统的精确输入输出线性化,不过大部分时候只能实现近似线性化.对于一般的非线性系统,将内动态的不稳定部分精确变为解耦线性的可能做不到或者太复杂.文献[45]介绍了一种内动态的近似分解方法,通过对不稳定内动态中的高阶项进行连续变换可以实现期望的近似阶数.

3.1.2 动态滑模方法(Dynamic sliding mode control)

文献[51–52]针对SISO非最小相位非线性系统,提出动态滑模方法,文献[53–54]将该方法扩展到多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)非最小相位非线性系统.文献[55]结合动态滑模和在线参数自适应方法,改善动态滑模控制器的性能.动态滑模方法适用于具有线性内动态且相对阶为1的系统,并要求输出参考轨迹的有限阶导数恒为零.该方法需要将系统转化为一种特殊的标准型,然后根据极点配置和终值定理设计动态滑模面,能够保证系统稳定且跟踪误差收敛.该方法原理介绍如下:

首先通过坐标变换将系统转化为一种特殊的标准型^[68]

$$\begin{cases} \dot{\eta} = Q\eta + P\xi, \\ \dot{\xi} = M\eta + N\xi + \Delta A(\eta, \xi) + bu, \\ y = G\eta + c\xi, \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\eta \in \mathbb{R}^{n-1}$, $\xi \in \mathbb{R}$, $\Delta A(\eta, \xi)$ 是非线性项, y 是系统输出.设计动态滑模面

$$s = \xi + \sigma, \quad (6)$$

其中 σ 是跟踪误差的动态映射,即

$$\sigma = W(s)e, \quad e = y_d - y, \quad (7)$$

其中: y_d 是参考轨迹, e 是跟踪误差, $W(s)$ 是待设计的传递函数.这样选取滑模面提供了更大的设计自由度,为保证系统稳定并同时跟踪误差收敛提供了可能.当滑模面到达零后,闭环系统等效为

$$\begin{cases} \dot{\eta} = Q\eta - P\sigma, \\ y = G\eta - c\sigma, \end{cases} \quad (8)$$

从而可得跟踪误差的传递函数为

$$E(s) = \frac{Y_d(s)}{1 - cW(s) - G(sI - Q)^{-1}PW(s)}. \quad (9)$$

滑模面的选取必须满足两个条件:首先,为了保证系统稳定性,闭环系统应具有稳定极点,即特征方程

$$1 - cW(s) - G(sI - Q)^{-1}PW(s) = 0 \quad (10)$$

的根都应在左半平面;其次,滑模面必须保证在参考轨迹作用下稳态误差 e_{ss} 为零.根据终值定理,有

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0. \quad (11)$$

通过假设

$$y_d^{(i)}(t) \equiv 0, \quad i \geq k, \quad (12)$$

即可将式(11)转化为对滑模面的约束,再结合第1种条件,利用极点配置方法即可设计出合适的动态滑模面.容易发现,该方法具有很大的局限性,输出相对阶只能是1,而且要求参考轨迹的导数恒为零,只能对很有限的几类轨迹实现无稳态误差跟踪,对于一般信号只能实现近似跟踪.

3.2 基于输出重定义的非最小相位系统近似跟踪控制方法(Approximate tracking control methods for nonminimum phase systems based on output redefinition)

输出重定义方法通过改变输出将非最小相位系统转化为最小相位系统,然后针对最小相位系统设计跟踪控制器.对于近似跟踪,只需改变输出,不改变参考轨迹.选取的新输出要求与输出具有相近的响应特性,以保证输出对参考轨迹的近似跟踪.这类方法包括广义Smith预估器^[5]、零误差跟踪控制方法^[9,32–33]、静态等价输出方法^[4–5,37,62–64],其中前两种适用于线性系统,最后一种适用于非线性系统,下面分别进行介绍.

3.2.1 广义Smith预估器(Generalized Smith predictor)

广义Smith预估器方法借鉴了处理纯滞后的思路,是Smith预估器的推广.纯滞后系统大多采用Smith预估器^[69]及其改进型来控制.Smith预估器在系统的反馈回路中引入补偿装置,将控制通道传递函数中的纯滞后部分与其他部分分离,从而等价于控制一个没有纯滞后的系统.Smith控制系统最大的优点是时滞环节移到了闭环之外,使控制品质大大提高.借鉴Smith预估器的思想,文献[5]提出了广义Smith预估器(generalized Smith predictor, GSP)的概念,适用于线性非最小相位系统.GSP的原理介绍如下:

对于线性系统 $G(s)$,对系统传函进行分解:

$$G(s) = G_{p+}(s)G_{p-}(s), \quad (13)$$

其中: $G_{p-}(s)$ 为最小相位部分, $G_{p+}(s)$ 为非最小相位部分, 且满足 $G_{p+}(0) = 1$. GSP方法以最小相位部分作为新输出设计反馈控制器, 如图5所示.

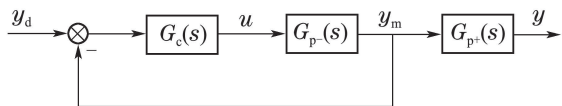


图5 广义Smith预估器

Fig. 5 Generalized Smith predictor

易知闭环系统传函

$$\frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{G_c(s)G_{p-}(s)}{1 + G_c(s)G_{p-}(s)}G_{p+}(s). \quad (14)$$

可见GSP等价于控制一个最小相位系统, 闭环系统中从输出到参考指令之间仍保留不稳定零点. 需要指出的是, 这种方法和只针对外部状态设计控制器的思想有根本区别.

3.2.2 零误差跟踪控制方法(Zero error tracking control method)

这是针对线性系统提出的一类输出重定义方法, 文献中大多针对离散系统^[32], 但该方法也可以应用于连续系统^[9]. 零误差跟踪控制方法是对GSP的改进, GSP直接分离不稳定零点, 以最小相位部分作为新输出, 是一种最简单的输出重定义方法. 但是GSP中新输出与输出之间的关系完全取决于系统不稳定零点, 并不是一种很好的近似. 作为改进, 零误差跟踪控制方法致力于寻找一个对输出更好的近似, 使新输出与输出具有某种相同特性. 这类方法主要包括零直流误差跟踪(zero DC error tracking control, ZDCETC)、零相位误差跟踪(zero phase error tracking control, ZPETC)、零幅值误差跟踪(zero magnitude error tracking control, ZMETC). 它们只改变输出, 不改变参考轨迹, 只能实现对输出的近似跟踪, 其原理如图6所示.

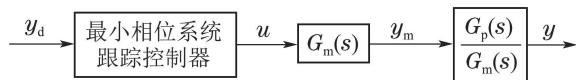


图6 非最小相位系统近似跟踪的输出重定义架构

Fig. 6 Architecture of output redefinition for approximate tracking control of nonminimum phase systems

图中 $G_m(s)$ 是新输出与输入之间的传递函数, 它的所有零点都是稳定的. 对于控制对象 $G_p(s)$, 将系统传函分解为

$$G_p(s) = \frac{N_a(s)N_u(s)}{D(s)}, \quad (15)$$

其中: $D(s)$ 为系统极点, $N_a(s)$ 为稳定零点, $N_u(s)$ 为不稳定零点. 3种方法所选择的 $G_m(s)$ 分别为

$$\begin{cases} \text{ZDCETC: } G_m(s) = \frac{N_a(s)N_u(0)}{D(s)}, \\ \text{ZPETC: } G_m(s) = \frac{N_a(s)N_u^2(0)}{D(s)N_u(-s)}, \\ \text{ZMETC: } G_m(s) = \frac{N_a(s)N_u(-s)}{D(s)}. \end{cases} \quad (16)$$

可见, ZDCETC实际上与GSP的原理是一致的, 将不稳定零点隔离, 只保留其直流增益, 从而可保证新输出与输出在系统稳态时具有相同的取值. 除了保证新输出与输出具有相同稳态值, ZPETC还保证两个输出具有相同的相频特性, ZMETC则保证两个输出具有相同的幅频特性. 通过最小相位系统跟踪控制器可以实现新输出对参考轨迹的精确跟踪, 即 $y_m = y_d$, 从而3种方法的输出与参考轨迹之间的关系可以分别表示为

$$\begin{cases} \text{ZDCETC: } \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{N_u(s)}{N_u(0)}, \\ \text{ZPETC: } \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{N_u(s)N_u(-s)}{N_u^2(0)}, \\ \text{ZMETC: } \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{N_u(s)}{N_u(-s)}. \end{cases} \quad (17)$$

根据上式, 结合频域的相关知识, 可以很容易理解这3种方法的名字和它们所实现的跟踪效果之间的关系. 上面3个传函的稳态增益均为1, 因而这3种方法都可以实现对常值信号的无差跟踪. 另外, ZDCETC对零以外任何频率正弦信号的跟踪都会有幅值误差和相位误差; ZPETC则对任何频率正弦信号的跟踪都没有相位误差; ZMETC则对任何频率正弦信号的跟踪都没有幅值误差.

在该类方法中, ZPETC的研究最多, 后续文献相继对其进行了一系列改进. ZPETC最早由文献[33]提出. 文献[34]提出扩展带宽零相位误差跟踪控制算法(extended bandwidth ZPETC, EBZPETC), 在保证零相位误差基础上, 减小了幅值误差, 从而增大了在相同幅值误差时参考信号的频率范围. 文献[35]则在保证零相位误差基础上, 使得幅值误差最小, 并且可以在一个任意给定的界限内. 文献[9]提出依赖频率的零相位误差跟踪控制算法(frequency dependent ZPETC, FDZPETC), 可对某一特定频率的正弦信号实现完美跟踪. 文献[36]结合了文献[9]和文献[35]的优点, 在保证零相位误差和幅值误差最小的基础上, 可以保证在某个给定频率上没有幅值误差, 这个频率原先只能是零, 而现在成为可调的.

3.2.3 静态等价输出方法(Statically equivalent outputs method)

静态等价输出是指两个输出在平衡点处取值

相同^[63], 该方法可以看成是零误差跟踪控制方法在非线性系统上的扩展, 有的文献也将该方法称为合成输出(synthetic output)^[64]. 该方法通过建立合成输出映射, 使系统零动态具有期望的稳定性, 并保证合成输出与原输出的静态等价性.

文献[4]针对二阶非最小相位非线性系统, 研究了基于静态等价输出的非线性状态反馈控制器设计. 文中首先介绍了一阶非线性全通的概念, 然后提出一类静态状态反馈控制律, 使得闭环系统在合适的坐标变换下, 等价于一个非线性一阶全通系统串联一个线性一阶滞后环节. 文献[37]提出一种单输入单输出非线性非最小相位系统控制方法, 基于静态等价非最小相位合成输出. 合成输出在线计算, 并通过逆控制器将其控制到某个设定值. 在这种非线性非最小相位系统控制结构基础上, 文献[62]进一步提出降阶输出反馈控制器. 文献[5]则将这一方法扩展到多变量非最小相位非线性系统, 提出一种建立静态等价输出, 实现规定零动态的通用系统化方法. 文献[63]着眼于静态等价于原输出的最小相位合成输出的计算问题, 将该问题表达为一个一阶非线性奇异偏微分方程问题, 同时推导了关于可解性的充分必要条件. 文献[64]的目的也是使用合成输出, 并通过初始条件重置弥补合成输出与原始输出之间的差异.

3.3 其他非最小相位系统近似跟踪控制方法 (Other methods for approximate tracking control of nonminimum phase systems)

下面介绍针对两类特殊非最小相位系统的近似跟踪控制方法, 包括内外因子分解法和近似反馈线性化方法.

3.3.1 内外因子分解法(Inner-outer factorization)

内外因子分解法^[44,46]是针对最大相位系统(maximum phase system)的, 适用于线性和非线性系统. 通过因子分解, 将原系统分解为一个全通部分(内因子)和一个最小相位部分(外因子). 然后, 基于最小相位部分设计控制器, 全通部分则留在闭环系统作为一个限制元素. 最大相位系统是指系统零动态没有稳定流形和中心流形的系统^[46], 对于线性系统来说即零点全部在右半平面. 该方法使用Fliess标准型^[70], 与B-I标准型(3)不同, Fliess标准型需要对输出求 n 阶导, 同时输入也跟着求导, 即

$$\begin{cases} z_1^{(n)} = F(\mathbf{z}, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-r)}), \\ y = z_1, \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n] = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)}]$, r 为系统的相对阶. 然后将输入的奇数阶导数项符号反转得到近似系统

$$\begin{cases} z_1^{(n)} = F(\mathbf{z}, u, -\dot{u}, \dots, (-1)^{n-r} u^{(n-r)}), \\ y = z_1. \end{cases} \quad (19)$$

这相当于将所有零点符号进行反转, 因而近似系统成为最小相位系统, 然后基于近似系统设计跟踪控制器. 这种方法用于线性系统可满足最优平方误差积分准则(integral square error, ISE)^[46]. 不过, 由于反转输入奇数阶导数项符号会改变所有零点符号, 因而该方法只能适用于最大相位系统.

3.3.2 近似反馈线性化方法(Approximate feedback linearization)

近似反馈线性化方法^[43]适用于弱非最小相位系统(slightly nonminimum phase), 通过忽略系统中引起非最小相位特性的弱耦合项, 将系统近似为最小相位系统去设计控制器. 弱非最小相位是指由于弱耦合导致的非最小相位特性^[43], 弱耦合的存在导致输入提前出现在输出的较低阶导数中, 降低了系统的相对阶, 带来零动态. 实际系统的非最小相位特性有许多是由于弱耦合引起的, 例如垂直起降飞行器的横向控制模型, 该模型的非最小相位特性是因为机翼产生旋转力矩的同时也产生一个微小的横向力导致的^[43]; 又如高超声速飞行器纵向模型, 该模型的非最小相位特性是由于升降舵-升力耦合引起的, 升降舵在产生俯仰力矩的同时也影响了升力^[27]. 这类非最小相位系统的特点是右半平面零点远离虚轴, 当弱耦合系数趋于零时, 右半平面零点趋于无穷大而消失. 例如以下系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - \varepsilon u, \\ \dot{x}_2 = u, \end{cases} \quad (20)$$

其中: x_1 为输出, 弱耦合项 $\varepsilon > 0$, 忽略 ε 得到的近似系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = u. \end{cases} \quad (21)$$

容易验证, 原系统包含一个不稳定零点 $1/\varepsilon$, 而近似系统不含零动态因而是最小相位的. 文献[43]针对近似系统采用反馈线性化设计跟踪控制器, 称为对原系统的近似反馈线性化, 并且证明: 如果近似系统零动态稳定, 则对于充分小的弱耦合系数 ε , 针对近似系统设计的跟踪控制律用于原系统时能保证系统稳定且跟踪误差有界. 文献[71]将近似反馈线性化方法成功运用于高超声速飞行器. 文献[28]则针对高超声速飞行器, 研究了反步法与非最小相位之间的关系, 表明对近似系统采用反步控制也能实现系统稳定和近似跟踪.

近似反馈线性化方法的原理在于提高了系统相对阶, 将内部状态也纳入控制器设计过程, 从而保

证了内动态的稳定. 该方法的出发点与输出重定义方法是一致的, 都是将非最小相位系统控制问题转化为最小相位系统控制问题去做, 不过该方法不是通过改变系统输出, 而是通过模型变换来实现的. 该方法的好处是不需要写出系统的B-I标准型, 并且同时适用于线性与非线性系统, 缺点是只对弱非最小相位系统有效.

4 非最小相位系统精确跟踪控制(Exact tracking control of nonminimum phase systems)

本节介绍非最小相位系统精确跟踪控制方法, 这类方法可以实现对一般参考信号的渐近跟踪. 如第2节所述, 精确跟踪的实现分为两步: 稳定逆计算和控制器设计. 需要说明的是, 文献中对这两个步骤中方法的使用往往有较为固定的搭配, 例如调节器方法^[40-42]和非因果稳定逆方法^[47-50]一般搭配状态跟踪器使用, 稳定系统中心方法^[3,56-58]一般搭配标准型方法使用. 本文将这两者分开描述是因为这两者实际上是独立的, 两类方法是可以混合搭配使用的. 下面将依次介绍各种稳定逆计算方法和控制器设计方法.

4.1 稳定逆计算方法(Computation methods of stable inversion)

稳定逆的定义即: 给定输出参考轨迹, 维持输出在该轨迹上运动的状态量、控制量的一组有界解 (x_d, u_d) ^[48]. 稳定逆的计算是一个独立的开环过程, 它是根据系统模型和给定的参考轨迹得出的. 对于线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n, u, y \in \mathbb{R}^m$. 稳定逆满足以下方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= Ax_d + Bu_d, \\ y_d &= Cx_d. \end{aligned} \quad (23)$$

对于非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ y &= h(x), \end{aligned} \quad (24)$$

$x \in \mathbb{R}^n, u, y \in \mathbb{R}^m$. 稳定逆满足以下方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= f(x_d) + g(x_d)u_d, \\ y_d &= h(x_d), \end{aligned} \quad (25)$$

因而求稳定逆等价于求解稳定逆方程(23)或(25)的有界解. 另外, 稳定逆也可以在B-I标准型中求解. 在B-I标准型中, 外部状态参考轨迹就是输出及其各阶导数, 即

$$\xi_d = [y_d \ \dot{y}_d \ \cdots \ y_d^{(r-1)}], \quad (26)$$

从而稳定逆的计算简化为求解内部状态参考轨迹, 即内部状态的有界解, 文献中一般称为理想内动态(ideal internal dynamics, IID)^[38]. 根据非线性系统的内动态 $\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$, 从而其IID方程为

$$\dot{\eta}_d = q(\xi_d, \eta_d). \quad (27)$$

相应地, 对于线性系统, 将其内动态记为

$$\dot{\eta} = Q\eta + P\xi, \quad (28)$$

其中: $Q \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}, P \in \mathbb{R}^{(n-r) \times r}$. 相应的IID方程可写为

$$\dot{\eta}_d = Q\eta_d + P\xi_d. \quad (29)$$

下面介绍3种稳定逆计算方法, 其流程图如图7所示. 其中调节器方法基于稳定逆方程, 稳定系统中心方法和非因果稳定逆方法则基于IID方程; 调节器方法和稳定系统中心方法需要假设参考轨迹由某个外系统(exosystem)产生, 非因果稳定逆方法则不需要.

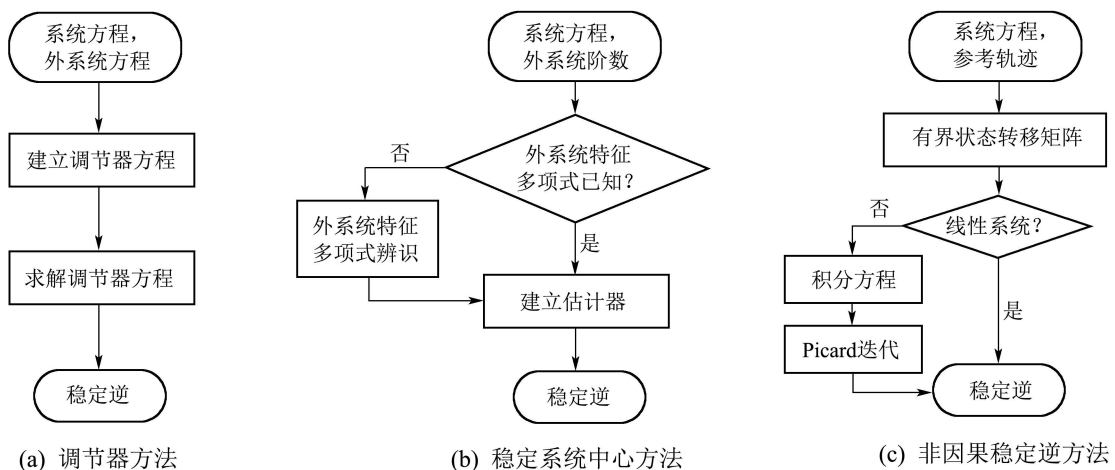


图 7 3种稳定逆算法流程图

Fig. 7 Flow chart of three stable inversion algorithms

4.1.1 调节器方法(Regulator equation method)

调节器方法利用了输出调节理论(output regulation)^[40-42]. 该方法假设输出参考轨迹由一个已知的外系统产生, 并假设稳定逆是外系统状态量的函数, 通过建立调节器方程求解得到稳定逆.

假设参考信号 y_d 由以下线性系统产生:

$$\begin{aligned} \dot{w} &= Sw, \\ y_d &= Rw, \end{aligned} \quad (30)$$

其中 $w \in \mathbb{R}^q$ 为外系统状态. 其中对于线性系统(22), 跟踪问题转化为以下调节问题:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ e &= Cx - Rw, \end{aligned} \quad (31)$$

调节的目标是使 e 渐近收敛到零. 假设稳定逆与外部系统状态之间满足以下线性关系:

$$x_d = Xw, \quad u_d = Uw, \quad (32)$$

其中: $X \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $U \in \mathbb{R}^{m \times q}$ 是未知矩阵. 联立式(30)-(32)可得矩阵 X, U 满足以下方程:

$$\begin{aligned} XS &= AX + BU, \\ 0 &= CX - R, \end{aligned} \quad (33)$$

这是线性调节器方程, 它是一个矩阵方程, 解出 X, U 就得到了稳定逆.

对于非线性系统(24), 仍假设参考信号由外系统(30)产生, 则跟踪问题转化为以下调节问题:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ e &= h(x) - Rw. \end{aligned} \quad (34)$$

假设稳定逆与外部系统状态之间满足以下关系:

$$x_d = X(w), \quad u_d = U(w), \quad (35)$$

其中 $X(\cdot), U(\cdot)$ 是未知非线性函数. 联立式(30)(34)-(35)可得以下方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial X(w)}{\partial w} Sw = f[X(w)] + g[X(w)]U(w), \\ 0 = h[X(w)] - Rw. \end{cases} \quad (36)$$

这是非线性调节器方程, 它是一个非线性偏微分方程, 通常无法求得精确解. 文献[72]提出了一种近似解法, 将非线性项做 k 阶泰勒展开, 求得的解称为 k 阶近似解.

4.1.2 稳定系统中心方法(Stable system center method)

稳定系统中心方法(stable system center, SSC)^[3,56]假设输出参考轨迹由一个特征多项式已知的外系统产生, 设计估计器来逼近IID, 通过选取合适的参数可保证估计误差渐近收敛到零. 该方法

适用于线性和非线性系统, 以线性系统IID方程(29)为例, 可构造如下估计器来逼近IID:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}}_d^{(k)} + c_{k-1}\hat{\eta}_d^{(k-1)} + \dots + c_1\dot{\hat{\eta}}_d + c_0\hat{\eta}_d = \\ -(P_{k-1}\theta^{(k-1)} + \dots + P_1\dot{\theta} + P_0\theta), \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $\theta = P\xi_d$ 根据外部状态参考轨迹得出, 为已知信号; $\hat{\eta}_d$ 为理想内动态 η_d 的估计值, 参数 $c_i (i = 0, \dots, k-1)$ 的选取使得特征多项式

$$\lambda^k + c_{k-1}\lambda^{k-1} + \dots + c_1\lambda + c_0 = 0 \quad (38)$$

的根都在左半平面; $P_i (i = 0, \dots, k-1)$ 通过计算得到, 详见文献[56]. 定义估计误差

$$e_\eta = \dot{\hat{\eta}}_d - Q\hat{\eta}_d - \theta, \quad (39)$$

可以证明估计误差满足如下方程:

$$e_\eta^{(k)} + c_{k-1}e_\eta^{(k-1)} + \dots + c_0e_\eta = 0, \quad (40)$$

因此估计误差渐近收敛到零.

SSC方法可以在线计算稳定逆, 相比调节器方法提高了计算的因果性, 但是假设外系统的特征多项式已知使其应用受到局限. 文献[57-58]对SSC进行了扩展, 只需要知道产生输出参考轨迹的外系统的阶数, 它的特征多项式通过一个高阶滑模观测器进行辨识. 文献[59]在[57-58]的基础上, 进一步考虑内部状态不可测的情形, 设计基于扩展系统中心的多阶段观测器重建内部状态, 然后基于输出反馈设计了非最小相位系统跟踪控制器.

4.1.3 非因果稳定逆方法(Noncausal stable inversion method)

非因果稳定逆方法基于IID方程求解稳定逆, 适用于线性和非线性系统, 且对参考轨迹没有要求, 是一种求解稳定逆的通用方法. 该方法将内动态分解为稳定部分和不稳定部分, 稳定部分通过正向时间积分得到IID, 不稳定部分通过反向时间积分得到IID. 该方法的提出可追溯到文献[73], 文中分析了稳定流形和不稳定流形的性质, 即在零边值条件下, 稳定流形随正向时间收敛, 不稳定流形随反向时间收敛, 这是非因果稳定逆方法的基础. 此后, 文献[47-48]正式提出了计算稳定逆的线性算子和非线性算子, 非线性IID可通过Picard迭代得到. 文献[49]揭示了稳定逆方法和调节器之间的关系, 并说明了Picard迭代过程可以用傅里叶变换进行计算. 根据文献[48], 非因果稳定逆方法的主要内容介绍如下:

针对线性系统IID方程(29), 先通过坐标变换将其分解为稳定部分和不稳定部分. 为了方便起见,

假设矩阵 Q 中稳定部分和不稳定部分已经分开, 即

$$Q = \begin{bmatrix} Q_s & 0 \\ 0 & Q_u \end{bmatrix}, \quad (41)$$

其中: Q_s 所有特征根在左半平面, 对应稳定部分; Q_u 所有特征根在右半平面, 对应不稳定部分. 为了求出 $\eta_d(t)$, 需要建立状态转移矩阵. 普通的状态转移矩阵不能用于求解IID, 因为它对不稳定部分求得的解是无界的. 为此, 定义如下的有界状态转移矩阵:

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 1(t)e^{tQ_s} & 0 \\ 0 & -1(-t)e^{tQ_u} \end{bmatrix}, \quad (42)$$

其中 $1(t)$ 是单位阶跃函数. 则线性系统IID(29)可计算如下:

$$\eta_d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-\tau)P\xi_d(\tau)d\tau. \quad (43)$$

对于非线性系统IID方程(27), 可将其写为

$$\dot{\eta}_d = Q\eta_d + [q(\xi_d, \eta_d) - Q\eta_d], \quad (44)$$

其中

$$Q = \frac{\partial}{\partial \eta} q(0, 0). \quad (45)$$

同样假设 Q 满足式(41), 并定义同样的有界状态转移矩阵(42), 则IID方程等价于以下积分方程:

$$\eta_d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-\tau)[q(\xi_d(\tau), \eta_d(\tau)) - Q\eta_d(\tau)]d\tau. \quad (46)$$

通过Picard迭代方法可以得到该方程的解

$$\begin{cases} \eta_0(t) = 0, \\ \eta_m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-\tau)[q(\xi_d(\tau), \eta_{m-1}(\tau)) - Q\eta_{m-1}(\tau)]d\tau, \quad m \geq 1, \end{cases} \quad (47)$$

当 $m \rightarrow \infty$ 时, $\eta_m(t) \rightarrow \eta_d(t)$.

由上面的过程可以看出, 非因果稳定逆方法为了求出 t 时刻的稳定逆, 需要知道输出参考轨迹在未来时间 $[t, \infty]$ 的所有信息, 这即是非因果性的体现. 这意味着输出只能沿着事先确定的轨迹运动, 不能实时改变, 这对于实际应用是不现实的. 为了减弱这种约束, 文献[66-67]对线性系统, 文献[23, 74]对非线性系统, 提出了预览稳定逆方法, 只需要知道未来一段时间 $[t, t+t_p]$ 内的输出轨迹信息. 离当前时刻越远的轨迹信息, 对计算当前时刻逆输入的影响越小. 因此, 可以基于输出轨迹在有限时间区间上的预览信息, 近似计算当前时刻的稳定逆, 即

$$\eta_d(t) = \int_t^{t+t_p} \phi(t-\tau)[q(\xi_d(\tau), \eta_d(\tau)) - Q\eta_d(\tau)]d\tau. \quad (48)$$

计算误差取决于预览时间和系统零点, 预览时间越长, 零点离虚轴越远, 计算误差越小. 文献[75]对预览稳定逆方法进行改进, 提出最优预览稳定逆方法. 通过寻找未来边界条件的最优估计值, 使预览时间窗口内的预测跟踪误差和输入能量最小化. 由于预览稳定逆方法所需计算量大, 文献[76]利用迭代学习控制(stable system center, ILC)来计算稳定逆, 文献[77]则结合样条方法和ILC技术来处理这些挑战, 利用B样条建立输入输出轨迹库, 再通过ILC技术得到精确跟踪所需的输入.

预览稳定逆方法仍然存在不足, 由于内动态的不稳定部分是通过反向时间积分得出的, 这可能导致求得的状态轨迹在零时刻的值与实际初值不符, 即初值失配问题^[49]. 为了避免初值失配, 需要在零时刻以前就采取控制, 即预作用(pre-actuation)^[48]. 如果不能采取预作用, 跟踪控制的初始阶段就会存在瞬态误差, 这是预览稳定逆方法存在的固有限制. 为了处理这种固有限制, 文献[78]针对线性系统提出一种新方法. 新方法允许任意的初始条件, 并且不需要预作用. 期望输出和对应的输入分解为瞬态部分和稳态部分. 期望输出的稳态部分假设由多项式、指数和正弦函数构成, 瞬态部分则可以自由设置, 不要求在初始时间段内为零. 控制输入的瞬态部分假设为分段多项式函数, 通过对应输出瞬态部分的Fredholm积分方程的近似最小二乘解计算得出. 控制输入的稳态部分则通过假定和稳态输出属于同类型, 根据稳态输出表达式进行解析计算. 文献[79]在文献[78]的基础上, 假设输入的瞬态部分由样条函数给出, 提高了控制输入的光滑性. 文献[80]则将文献[79]的方法推广到线性MIMO系统.

4.2 控制器设计方法(Controller design methods)

第1步求得稳定逆以后, 第2步是设计稳定的控制器, 控制器中会用到稳定逆. 下面依次介绍基于极点配置的控制器设计方法和基于输出重定义的控制器设计方法.

4.2.1 基于极点配置的控制器设计方法(State regulator based controller design)

为了实现精确跟踪, 可以采用反馈加前馈的控制架构^[48], 如图8所示. 首先利用稳定逆得到的前馈控制量和状态参考轨迹, 分别与输入和状态做差得到误差系统, 然后对误差系统采用极点配置设计线

性反馈控制律. 由前馈和反馈综合所得的控制器构成状态跟踪器, 可以实现精确跟踪.

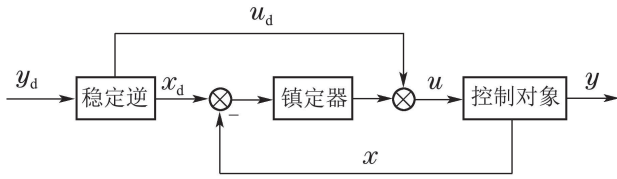


图8 反馈加前馈控制架构

Fig. 8 Architecture of feedback control with feedforward control

根据求出的稳定逆 (x_d, u_d) , 建立误差坐标系

$$\begin{cases} \tilde{y} = y - y_d, \\ \tilde{x} = x - x_d, \\ v = u - u_d, \end{cases} \quad (49)$$

其中: \tilde{y} 是输出跟踪误差, \tilde{x} 是状态跟踪误差, v 是新输入. 对于线性系统(22), 根据稳定逆方程(23), 两式相减得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + Bv, \\ \tilde{y} &= C\tilde{x}. \end{aligned} \quad (50)$$

可见, 跟踪控制问题等价于误差系统(50)的镇定. 采用最常用的镇定控制律

$$v = K\tilde{x}, \quad (51)$$

完整的控制器可以写为

$$u = \underbrace{u_d}_{\text{前馈}} + \underbrace{K(x - x_d)}_{\text{反馈}}, \quad (52)$$

这即是状态跟踪器^[48]. 其中, 前馈控制量用以提供精确跟踪所需的控制量; 反馈部分用于增强稳定性, 并且在状态偏离期望轨迹时进行校正. 反馈增益矩阵可根据极点配置得到. 它可以实现线性非最小相位系统的全局渐近稳定跟踪. 相比线性系统, 非线性系统得不到这么好的结论. 对于非线性系统(24), 结合稳定逆方程(25), 两式相减得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= f(x) - f(x_d) + g(x)u - g(x_d)u_d = \\ &= f(x) - f(x_d) + [g(x) - g(x_d)]u_d + g(x)v. \end{aligned} \quad (53)$$

仍然采用线性镇定控制律(38), 将其代入上式可得闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= f(x) - f(x_d) + g(x)u - g(x_d)u_d = \\ &= f(x) - f(x_d) + [g(x) - g(x_d)]u_d + g(x)K\tilde{x}, \end{aligned} \quad (54)$$

这是一个时变非线性系统, $\tilde{x} = 0$ 是它的一个平衡点. 通过选择合适的 K 值可以保证原点局部渐近稳

定, 但不是全局的, 当初始状态偏离期望值较大时系统可能无法保持稳定. 为了更好地保证稳定性, 可以利用轨迹线性化方法^[65]设计反馈增益, 该方法利用PD谱理论(parallel D-spectrum theory)设计线性时变状态反馈控制律保证系统状态沿着参考轨迹达到指数稳定.

4.2.2 基于输出重定义的控制器的设计方法(Output redefinition based controller design)

与之前近似跟踪不同, 通过输出重定义方法实现精确跟踪, 除了改变输出, 还要为新输出设计新的参考轨迹, 这种控制架构如图9所示. 文献[38]概括了该方法的主要思路: 1) 进行输出重定义使得关于新输出的零动态是可以接受的; 2) 为新输出定义一个新的期望轨迹, 保证原输出能渐近跟踪原期望轨迹. 第2)步可以通过计算稳定逆实现, 问题变为如何寻找到最小相位的新输出.

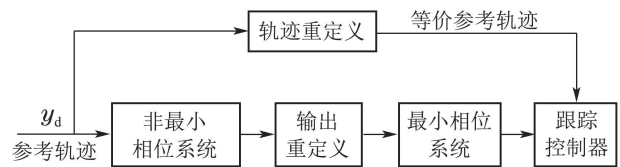


图9 非最小相位系统精确跟踪的输出重定义架构

Fig. 9 Architecture of output redefinition for exact tracking control of nonminimum phase systems

寻找最小相位新输出的一种常用方法是标准型方法^[38-39]. 首先将模型转化为B-I标准型, 在标准型中, 输出可视为内动态的虚拟控制. 设计一个保证内动态稳定的流形, 将此流形作为新输出, 系统就转化为最小相位的. 该方法的具体操作为: 对于非线性系统的内动态 $\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$, 将输出视为内动态的虚拟控制, 寻找使内动态稳定的虚拟控制 $\xi = \phi(\eta)$, 则 $s = \xi - \phi(\eta)$ 就是最小相位新输出. 根据求得的稳定逆, 新输出的参考轨迹应该设计为 $s_d = \xi_d - \phi(\eta_d)$. 文献[81]针对一类非最小相位系统, 利用标准型方法进行输出重定义, 设计了一种输出反馈控制器.

此外也可以利用微分平坦理论寻找最小相位输出^[8,24], 该方法试图寻找一个没有零动态的新输出. 平坦输出是指控制输入和所有状态都可以用该输出及其各阶导数表示出来^[8], 可见平坦输出完全囊括了系统的微分行为, 因而没有零动态. 利用平坦输出来设计稳定的跟踪控制器, 输出参考轨迹和平坦输出的轨迹之间一一对应, 可以保证对输出的精确跟踪. 文献[82]利用平坦输出方法研究了一类非最

小相位系统对未知频率正弦信号的跟踪问题。

另一种方法是零动态配置方法^[63]。该方法通过求解一个奇异偏微分方程, 可以对非线性系统的零动态进行配置, 使零动态具有预期的特性。

5 非最小相位系统跟踪性能限制(Tracking performance limitations of nonminimum phase system)

非最小相位特性作为系统的一种本质特性, 不仅给设计稳定控制器带来困难, 还对系统的跟踪性能造成了多方面的基本限制。长久以来, 人们在研究控制系统的性能限制时就发现非最小相位特性是一个主要限制因素。这种限制的根源在于非最小相位系统的跟踪控制既要保证输出的跟踪, 又要兼顾内部状态的稳定性。如果只考虑输出跟踪, 非最小相位系统的跟踪性能可以和最小相位系统一样, 但是将导致内动态发散。因而为了保证稳定性, 非最小相位系统的跟踪性能受到限制。这种性能限制与采用什么控制方法无关, 是非最小相位系统不可突破的性能极限。目前非最小相位系统的性能限制得到了广泛研究, 并取得了不少成果。非最小相位系统跟踪性能限制主要体现在跟踪误差、轨迹约束、带宽和鲁棒性上。

首先, 非最小相位系统的跟踪误差存在限制。文献[83]指出, 最小相位是实现 N 阶连续可微空间上任意轨迹渐近跟踪的必要条件。文献[84]也指出, 当没有不稳定零动态时, 对任何参考轨迹的完美跟踪都是可能的, 也就是说, 跟踪误差的 L_2 范数可以任意小, 而带有不稳定零动态时, 就不可能了, 因为一些“输出能量”必须被用来稳定内动态。需要说明的是, 之前介绍的非最小相位系统精确跟踪方法虽然能实现渐近跟踪, 但是跟踪误差的 L_2 范数存在下界, 这是非最小相位系统与最小相位系统的不同之处。文献[85–88]对线性系统跟踪阶跃信号的性能限制进行了研究。在跟踪阶跃信号时, 非最小相位系统的输出响应表现出反向(undershoot)和超调(overshoot)现象^[87–88]。当系统有奇数个不稳定零点时, 输出响应会出现反向, 并且随着调节时间趋于零反调量趋于无穷大; 当系统有两个以上的不稳定实零点时, 会导致输出响应的超调, 并且随着调节时间趋于零, 超调量也趋于无穷大。反向和超调正是跟踪误差性能限制的体现, 这种限制通常用跟踪误差的 L_2 范数来衡量, 其下界代表了最佳跟踪性能。非最小相位系统的最佳跟踪性能是关于不稳定零点的函数, 其值大于零^[85–86]。对于SISO非最小相位系

统, 最佳跟踪性能取决于不稳定零点的数量和分布。一般而言, 不稳定零点越靠近虚轴, 误差越大, 性能限制越明显。对于MIMO非最小相位系统, 最佳跟踪性能不仅取决于不稳定零点的数量和位置, 还与零点的方向有关。文献[89–90]对线性系统跟踪正弦信号的性能限制进行了研究。研究结果表明, 最佳跟踪性能与不稳定零点和正弦信号频率之差有关。当跟踪信号频率接近不稳定零点频率时, 跟踪误差增大^[89–90]。在输出调节中也有一个类似结论, 文献[41]指出, 输出调节问题的解决要求控制对象没有和外系统特征根一致的零点, 即零动态与外系统“不共振”。

从另一个角度看, 非最小相位系统跟踪误差的限制其实是对跟踪轨迹的约束。内动态是受输出驱动的, 由于非最小相位系统的内动态不具备自稳定性, 说明当内动态面临发散的时候, 不能依靠自身的力量回去, 这时输出必须提供一个额外的力量将其拉回稳定范围。从而, 输出的运动受到内动态的牵制, 不能自由独立的运动, 这即是非最小相位对输出轨迹的限制。换句话说, 最小相位系统的输出可按任意轨迹运动, 而非最小相位系统输出不能随意运动, 其运动应能维持内动态的稳定。从某种意义上说, 非最小相位系统是“欠驱动”的, 控制自由度的不足导致输出跟踪和内动态稳定之间的矛盾。而对于实际系统来说, 稳定是第一位的, 只能牺牲跟踪精度以确保稳定性, 因而必然对轨迹跟踪造成约束。此外, 当参考轨迹无法提前预知时也会给非最小相位系统跟踪控制造成负面影响。对于非最小相位系统, 精确跟踪的最大特点就是它的非因果性^[48–49], 它表明实现精确跟踪的前提是预先知道参考轨迹的所有未来信息。参考轨迹在未来的可用预览信息对跟踪误差影响很大, 不稳定零点离虚轴越近, 预览时间越短, 则跟踪精度越低^[23]。另外, 跟踪期间参考轨迹的改变将会带来瞬态误差, 这限制了参考轨迹的实时调整。目前已有有人关注到非最小相位特性对轨迹的影响, 例如文献[16, 91]提出一种两自由度控制方案, 整个控制系统由一个轨迹发生器和一个跟踪控制器构成。该方案的好处在于从设计轨迹时就将非最小相位的影响考虑进去, 设计更加合理的轨迹, 从而可以减轻跟踪控制器的负担, 更好的完成控制目标。

非最小相位特性还会限制闭环系统的带宽和鲁棒性^[88, 92]。众所周知, 对于线性系统, 当控制器增益增大时, 闭环极点将朝着开环零点的方向移动, 因此不稳定零点决定了闭环带宽的上限。为了保证

闭环系统的稳定性, 控制器增益不能太大, 这限制了高增益反馈的使用, 从而使得系统鲁棒性受限. 这种鲁棒性的受限一方面体现在非最小相位系统对测量噪音的敏感性上升^[93], 另一方面体现在非最小相位系统对外界干扰和模型不确定的抵抗能力下降^[94]. 文献[85]指出, 无论是最小相位系统还是非最小相位系统都能实现对输入端干扰的完美抑制, 但是非最小相位系统对输出端干扰的抑制则存在基本限制. 而且对输入端干扰尽管可以通过设计干扰观测器进行抑制, 但是干扰观测器的带宽也是受限的^[95]. 由于带宽的限制, 非最小相位系统的跟踪控制必须在控制性能和鲁棒性之间进行折衷. 如前所述, 非最小相位系统的控制性能本来已经受限, 为了兼顾鲁棒性, 甚至连理论上的最佳控制性能也无法实现.

通过放宽某些要求, 可以在一定程度上减轻非最小相位带来的性能限制. 一种方法是用几何路径来代替时间轨迹. 传统跟踪问题给出的参考轨迹是一条时间轨迹, 规定了输出在每时每刻的取值, 这种要求实际是很苛刻的. 跟踪问题的另一种描述形式是路径跟踪^[84](又称机动调节^[96]), 它将跟踪问题分成两个任务: 几何路径和沿路径的速度调节. 这种形式不如传统跟踪控制严格, 它只要求输出跟踪一条几何路径, 而没有对输出何时应该位于何处的要求. 几何路径一般用一个路径变量进行参数化, 然后为路径变量设计时间律. 这种形式为控制器设计提供了更大的弹性, 路径变量可以作为额外的控制量用于镇定不稳定零动态, 从而减轻非最小相位系统的某些性能限制, 如瞬态误差、抗扰性能等. 另一种方法是将精确跟踪限制在某一个时间段内. 文献[97]研究了非最小相位系统的输出转移(output transition)问题, 该问题要求输出由初值转移到终值, 对中间的过渡过程不作要求. 对于非最小相位系统, 过渡过程虽然存在限制, 但是通过预作用(pre-actuation)和后作用(post-actuation), 不仅能保证转移后的精确跟踪, 还能最大程度减小转移时间. 文献[98]则研究了非最小相位系统的输出非周期跟踪-转移切换(output tracking-transition switching)问题, 该问题将时间划分为跟踪阶段和转移阶段, 只要求在跟踪阶段精确跟踪参考轨迹, 并在转移阶段迅速完成过渡. 由于转移阶段没有轨迹约束, 可以通过该过程完成两段轨迹之间的平滑切换. 这样的问题实际存在于纳米材料绘图、机器人操纵、探针纳米制造等问题中, 为我们处理非最小相位系统的跟踪控制带来了新的思路.

总之, 非最小相位系统相比最小相位系统总体上表现出性能上的劣势. 本文介绍的控制方法虽然能实现非最小相位系统的稳定跟踪, 但是无法从根本上避免非最小相位系统带来的性能限制. 为了避免这些性能限制, 唯一的办法是改变系统结构. 因而在设计新系统时如果可能应尽量避免设计成非最小相位系统, 对于已经设计好的系统则可以通过增加执行机构使其成为最小相位系统, 以改善控制性能.

6 总结和展望(Summary and outlook)

综上所述, 非最小相位系统跟踪控制理论经历了30多年的发展, 已经在理论与应用方面取得了很多进展. 目前, 无论对线性系统还是非线性系统、近似跟踪还是精确跟踪都取得了大量研究成果, 对跟踪性能的限制也有了基本的认识. 但是目前对于非最小相位系统跟踪控制的研究比较分散, 缺乏连续性和统一性, 相关的专著很少, 没有建立起统一的框架. 本文既是对目前成果的总结, 也是对建立统一框架的一种尝试. 就目前的研究状况来看, 非最小相位系统跟踪控制理论仍然处于发展和完善阶段, 还存在一些关键问题有待研究解决. 结合本文之前的总结和讨论, 笔者对非最小相位系统跟踪控制领域在未来的研究方向展望如下:

1) 具有大吸引域的非线性非最小相位系统精确跟踪控制. 非最小相位系统精确跟踪可分为稳定逆计算和控制器设计两个步骤, 目前对于非线性系统的研究侧重于稳定逆的求解, 较少关注跟踪控制器的设计. 大多数文献只是简单地采用状态调节器, 只能实现对轨迹的局部镇定, 当初始状态偏离期望值较大时系统可能无法保持稳定. 采用输出重定义方法设计非线性跟踪控制器可以有效的扩大吸引域, 然而该想法目前还处在设想阶段, 鲜有文章讨论其具体实施. 作为未来很有前景的一个工作, 可以通过结合本文介绍的非最小相位新输出设计方法和基于稳定逆的新轨迹设计方法进行实现.

2) 带有不确定的非最小相位系统鲁棒跟踪控制. 目前的非最小相位系统跟踪控制研究停留在系统模型精确已知的基础上, 当模型中存在不确定时, 尤其是内动态存在不确定时, 将给跟踪控制带来巨大挑战. 文献[99]讨论了不确定存在时是否还应该使用前馈控制, 不确定导致无法精确求得稳定逆, 阻碍了精确跟踪的实现. 对于不确定非最小相位系统跟踪控制的稳定性如何保证, 以及不确定对跟踪性能上限的影响, 目前尚无很好的结论. 不过近年来发展起的鲁棒输出调节理论^[100]进行了一些有意

义的研究, 可以对本问题的解决带来一定启发.

3) 参考轨迹无法提前预知时的精确跟踪控制. 非最小相位特性对精确跟踪带来的一大问题就是非因果性, 即需要知道参考轨迹的未来信息, 以便在控制输入上提前采取预作用, 而且轨迹信息知道得越多越好. 非因果性给精确跟踪方法的实际应用造成了困难, 实际中需要跟踪的参考轨迹往往是提前未知的, 例如空中目标的跟踪拦截. 这时跟踪系统只能获取当前时刻目标的位置, 对于轨迹的未来信息几乎一无所知, 这种情况下精确跟踪是否可能实现以及如何尽最大可能减小跟踪误差还有待研究.

4) 结合轨迹设计的非最小相位系统跟踪控制. 目前对于非最小相位系统跟踪控制的研究集中于跟踪给定轨迹, 较少关注轨迹设计. 有些实际应用需要事先对轨迹进行规划, 例如柔性机械臂的运动规划, 以及可重复使用运载器再入段轨迹规划, 这些被控对象也可能是非最小相位的. 目前文献一般只考虑非最小相位特性对控制器设计的影响, 如果能在轨迹优化过程中加入非最小相位特性对轨迹的约束条件, 就可以设计出更加合理可行的轨迹, 从而更好地完成控制目标. 例如文献[101]就针对非最小相位线性系统的非周期跟踪-转移切换问题, 提出了一种多目标轨迹优化与跟踪控制方法.

此外, 近年来关于非最小相位系统跟踪控制方法与其他控制问题相结合的研究也逐渐兴起, 如抗扰控制^[102-104]、分数阶控制^[105]、编队控制^[106]等, 为非最小相位系统跟踪控制理论提供了新的发展方向.

参考文献(References):

- [1] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems* [M]. 3rd Ed. London: Springer Science & Business Media, 1995.
- [2] BYRNES C I, ISIDORI A. Local stabilization of minimum-phase nonlinear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1988, 11(1): 9 – 17.
- [3] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Tracking in a class of nonminimum-phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using method of system center [J]. *Automatica*, 2002, 38(5): 837 – 842.
- [4] KRAVARIS C, DAOUTIDIS P. Nonlinear state feedback control of second-order nonminimum-phase nonlinear systems [J]. *Computers & Chemical Engineering*, 1990, 14(4): 439 – 449.
- [5] NIEMIEC M P, KRAVARIS C. Nonlinear model-state feedback control for nonminimum-phase processes [J]. *Automatica*, 2003, 39(7): 1295 – 1302.
- [6] RIGNEY B P, PAO L Y, LAWRENCE D A. Nonminimum phase dynamic inversion for settle time applications [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(5): 989 – 1005.
- [7] RIGNEY B P, PAO L Y, LAWRENCE D A. Nonminimum phase adaptive inverse control for settle performance applications [J]. *Mechatronics*, 2010, 20(1): 35 – 44.
- [8] FLIESS M, SIRA-RAMÍREZ H, MARQUEZ R. Regulation of non-minimum phase outputs: a flatness based approach [M] // *Perspectives in Control*. London: Springer Science & Business Media, 1998: 143 – 163.
- [9] AL-NUMAY M S. Unified approximate tracking control of linear systems with unacceptable zeros [J]. *Journal of King Saud University, Engineering Sciences*, 2007, 19(2): 239 – 251.
- [10] SHTESSEL Y B, ZINOBER A S I, SHKOLNIKOV I A. Sliding mode control of boost and buck-boost power converters using method of stable system centre [J]. *Automatica*, 2003, 39(6): 1061 – 1067.
- [11] HUANG J. Asymptotic tracking of a nonminimum phase nonlinear system with nonhyperbolic zero dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 542 – 546.
- [12] SRINIVASAN B, HUGUENIN P, BONVIN D. Global stabilization of an inverted pendulum-control strategy and experimental verification [J]. *Automatica*, 2009, 45(1): 265 – 269.
- [13] ZHAO H, CHEN D. Tip trajectory tracking for multilink flexible manipulators using stable inversion [J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2012, 21(2): 314 – 320.
- [14] BENOSMAN M, VEY G L. Stable inversion of SISO nonminimum phase linear systems through output planning: an experimental application to the one-link flexible manipulator [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(4): 588 – 597.
- [15] MOALLEM M, PATEL R V, KHORASANI K. An inverse dynamics control strategy for tip position tracking of flexible multi-link manipulators [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1997, 14(9): 649 – 658.
- [16] VAN NIEUWSTADT M J, MURRAY R M. Approximate trajectory generation for differentially flat systems with zero dynamics [C] // *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans: IEEE, 1995, 4: 4224 – 4230.
- [17] ZHANG R, CHEN Y, SUN Z, et al. Path control of a surface ship in restricted waters using sliding mode [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(4): 722 – 732.
- [18] CONSOLINI L, TOSQUES M. A minimum phase output in the exact tracking problem for the nonminimum phase underactuated surface ship [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 57(12): 6236 – 6241.
- [19] RUIZ-DUARTE J E, LOUKIANOV A G. Higher order sliding mode control for autonomous underwater vehicles in the diving plane [J]. *Ifac Papersonline*, 2015, 48(16): 49 – 54.
- [20] BENVENUTI L, BENEDETTO M D D, GRIZZLE J W. Approximate output tracking for nonlinear non-minimum phase systems with an application to flight control [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 1994, 4(3): 397 – 414.
- [21] HAUSER J, SASTRY S, MEYER G. Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: application to V/STOL aircraft [J]. *Automatica*, 1992, 28(4): 665 – 679.
- [22] ZOU Q, DEVASIA S. Preview-based inversion of nonlinear nonminimum-phase systems: VTOL example [C] // *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Atlantis: IEEE, 2004, 4: 4350 – 4356.
- [23] ZOU Q, DEVASIA S. Precision preview-based stable-inversion for nonlinear nonminimum-phase systems: the VTOL example [J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 117 – 127.
- [24] MARTIN P, DEVASIA S, PADEN B. A different look at output tracking: control of a VTOL aircraft [J]. *Automatica*, 1996, 32(1): 101 – 107.
- [25] DEVAUD E, SIGUERDIDJANE H, FONT S. Some control strategies for a high-angle-of-attack missile autopilot [J]. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(8): 885 – 892.

- [26] WALLNER E M, WELL K H. Attitude control of a reentry vehicle with internal dynamics [J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2003, 26(6): 846 – 854.
- [27] FIORENTINI L, SERRANI A. Adaptive restricted trajectory tracking for a non-minimum phase hypersonic vehicle model [J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1248 – 1261.
- [28] YE L, ZONG Q, ZHANG X. Adaptive control for a non-minimum phase hypersonic vehicle model [C] // *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou: IEEE, 2015: 991 – 996.
- [29] FUJIMOTO H, YAO B. Multirate adaptive robust control for discrete-time non-minimum phase systems and application to linear motors [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2005, 10(4): 371 – 377.
- [30] RAJPUT J, ZHANG W. Fundamental methodologies for control of nonlinear nonminimum-phase systems: an overview [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems & Control Engineering*, 2014, 228(8): 553 – 564.
- [31] SU Shanwei, ZHU Bo, XIANG Jinwu, et al. A survey on the control of nonlinear non-minimum phase systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 9 – 21.
(苏善伟, 朱波, 向锦武, 等. 非线性非最小相位系统的控制研究综述 [J]. *自动化学报*, 2015, 41(1): 9 – 21.)
- [32] AL-NUMAY M S, ADAMALI SHAH N M. Unified output tracking control of non-minimum phase PWM systems using output redefinition [C] // *Proceedings of 2014 International Conference on Modelling, Identification & Control*. Melbourne: IEEE, 2014: 47 – 52.
- [33] TOMIZUKA M. Zero phase error tracking algorithm for digital control [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1987, 109(1): 349 – 354.
- [34] TORFS D, SCHUTTER J D, SWEVERS J. Extended bandwidth zero phase error tracking control of non-minimal phase systems [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1992, 114(3): 347 – 351.
- [35] YAMADA M, FUNAHASHI Y, FUJIWARA S I, et al. Zero phase error tracking system with arbitrarily specified gain characteristics [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1997, 119(2): 260 – 264.
- [36] YAMADA M, FUNAHASHI Y, RIADH Z. Generalized optimal zero phase error tracking controller design [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1999, 121(2): 165 – 170.
- [37] WRIGHT R A, KRAVARIS C. Nonminimum-phase compensation for nonlinear processes [J]. *Aiche Journal*, 1992, 38(1): 26 – 40.
- [38] GOPALSWAMY S. Tracking nonlinear non-minimum phase systems using sliding control [J]. *International Journal of Control*, 2010, 57(5): 1141 – 1158.
- [39] CHEN Bingyu, SUN Mingxuan, ZHU Sheng. Output-redefinition-based iterative learning control for nonlinear non-minimum phase systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(7): 948 – 952.
(陈冰玉, 孙明轩, 朱胜. 输出重定义下的非线性非最小相位系统迭代学习控制 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(7): 948 – 952.)
- [40] BYRNES C I, PRISCOLI F D, ISIDORI A. Output regulation of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(2): 131 – 140.
- [41] BYRNES C I, ISIDORI A. Output regulation for nonlinear systems: an overview [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2000, 10(5): 323 – 337.
- [42] CHENG Daizhan, DONG Yali. Output regulation and internal model principle [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(2): 284 – 295.
(程代展, 董亚丽. 输出调节和内模原理 [J]. *自动化学报*, 2003, 29(2): 284 – 295.)
- [43] HAUSER J, SASTRY S, MEYER G. Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: application to V/STOL aircraft [J]. *Automatica*, 1992, 28(4): 665 – 679.
- [44] DOYLE F, ALLGÖWER F, OLIVEIRA S, et al. On nonlinear systems with poorly behaved zero dynamics [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago: IEEE, 1992: 2571 – 2575.
- [45] ALLGÖWER F. Approximate input-output linearization of nonminimum phase nonlinear systems [C] // *Proceedings of the European Control Conference*. Brussels: IEEE, 1997: 2359 – 2364.
- [46] DOYLE F J I, ALLGÖWER F, MORARI M. A normal form approach to approximate input-output linearization for maximum phase nonlinear SISO systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(2): 305 – 309.
- [47] DEVASIA S, PADEN B. Exact output tracking for nonlinear time-varying systems [C] // *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. Lake Buena Vista: IEEE, 1994, 3: 2346 – 2355.
- [48] DEVASIA S, CHEN D, PADEN B. Nonlinear inversion-based output tracking [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(7): 930 – 942.
- [49] HUNT L R, MEYER G. Stable inversion for nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 1549 – 1554.
- [50] CHEN D. Stable inversion of nonlinear non-minimum-phase systems [J]. *International Journal of Control*, 1996, 64(1): 81 – 97.
- [51] SHTESSEL Y, TOURNES C. Nonminimum phase output tracking in dynamic sliding manifolds with application to aircraft control [C] // *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*. Kobe: IEEE, 1996, 2: 2071 – 2076.
- [52] SHTESSEL Y B. Nonlinear nonminimum phase output tracking via a dynamic sliding manifolds [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1998, 335(5): 841 – 850.
- [53] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Nonminimum phase tracking in MIMO systems with square input-output dynamics via dynamic sliding manifolds [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2000, 337(1): 43 – 56.
- [54] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds [J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2001, 24(3): 566 – 572.
- [55] ANSARIFAR G R, TALEBI H A, DAVILU H. An adaptive-dynamic sliding mode controller for non-minimum phase systems [J]. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 2012, 17(1): 414 – 425.
- [56] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Tracking controller design for a class of nonminimum-phase systems via the method of system center [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(10): 1639 – 1643.
- [57] BAEV S, SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I. Nonminimum-phase output tracking in causal systems using higher-order sliding modes [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2008, 18(4/5): 454 – 467.
- [58] BAEV S, SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I. HOSM driven output tracking in the nonminimum-phase causal nonlinear systems [C] // *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans: IEEE, 2007: 3715 – 3720.
- [59] SHTESSEL Y B, BAEV S, EDWARDS C, et al. Output-feedback tracking in causal nonminimum-phase nonlinear systems using higher-order sliding modes [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2010, 20(16): 1866 – 1878.
- [60] KHALIL H K. *Nonlinear Systems* [M]. 3rd Ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [61] KRSTIC M, KOKOTOVIC P V, KANELLAKOPOULOS I. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.
- [62] KRAVARIS C, DAOUTIDIS P, WRIGHT R A. Output feedback control of nonminimum-phase nonlinear processes [J]. *Chemical Engineering Science*, 1994, 49(13): 2107 – 2122.

- [63] KRAVARIS C, NIEMIEC M, KAZANTZIS N. Singular PDEs and the assignment of zero dynamics in nonlinear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 51(1): 67 – 77.
- [64] CANNON M, BACIC M, KOUVARITAKIS B. Dynamic non-minimum phase compensation for SISO nonlinear, affine in the input systems [J]. *Automatica*, 2006, 42(11): 1969 – 1975.
- [65] MICKLE M C, HUANG R, ZHU J J. Unstable, nonminimum phase, nonlinear tracking by trajectory linearization control [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*. Taipei: IEEE, 2004, 1: 812 – 818.
- [66] ZOU Q, DEVASIA S. Preview-based stable-inversion for output tracking [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. San Diego: IEEE, 1999, 5: 3544 – 3548.
- [67] ZOU Q. Preview-based stable-inversion for output tracking of linear systems [J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 1999, 121(4): 625 – 630.
- [68] Utkin V I. *Sliding Modes in Control and Optimization* [M]. London: Springer Science & Business Media, 2013.
- [69] SMITH O J M. A controller to overcome dead time [J]. *ISA Transactions*, 1959, 6(2): 28 – 33.
- [70] FLIESS M. Generalized controller canonical form for linear and nonlinear dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(9): 994 – 1001.
- [71] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2007, 30(3): 856 – 869.
- [72] HUANG J, RUGH W J. An approximation method for the nonlinear servomechanism problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(9): 1395 – 1398.
- [73] CHEN D. An iterative solution to stable inversion of nonminimum phase systems [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. San Francisco: IEEE, 1993: 2960 – 2964.
- [74] ZOU Q, DEVASIA S. Preview-based inversion of nonlinear non-minimum-phase systems: VTOL example [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. Atlantis: IEEE, 2004, 4: 4350 – 4356.
- [75] ZOU Q. Optimal preview-based stable-inversion for output tracking of nonminimum-phase linear systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(1): 230 – 237.
- [76] LIU Shan, WU Tiejun. Stable-inversion based iterative learning control for non-minimum phase plants [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 831 – 837.
(刘山, 吴铁军. 基于稳定逆的非最小相位系统的迭代学习控制 [J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(6): 831 – 837.)
- [77] WANG H, KIM K, ZOU Q. B-spline-decomposition-based output tracking with preview for nonminimum-phase linear systems [J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 1295 – 1303.
- [78] JETTO L, ORSINI V, ROMAGNOLI R. A mixed numerical-analytical stable pseudo-inversion method aimed at attaining an almost exact tracking [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(6): 809 – 823.
- [79] JETTO L, ORSINI V, ROMAGNOLI R. Accurate output tracking for nonminimum phase nonhyperbolic and near nonhyperbolic systems [J]. *European Journal of Control*, 2014, 20(6): 292 – 300.
- [80] JETTO L, ORSINI V, ROMAGNOLI R. Spline based pseudo-inversion of sampled data non-minimum phase systems for an almost exact output tracking [J]. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(5): 1866 – 1879.
- [81] SU S. Output-feedback dynamic surface control for a class of nonlinear non-minimum phase systems [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2016, 3(1): 96 – 104.
- [82] BARTOLINI G, ESTRADA A, PUNTA E. Adaptive tracking of s-inusoids with unknown frequencies for some classes of SISO non-minimum phase systems [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2016, 30(8/9/10): 1163 – 1183.
- [83] GRIZZLE J W, BENEDETTO M D D, LAMNABHILAGARRIGUE F. Necessary conditions for asymptotic tracking in nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1782 – 1794.
- [84] AGUIAR A P, HESPANHA J P, KOKOTOVIC P V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(2): 234 – 239.
- [85] QIU L, DAVISON E J. Performance limitations of non-minimum phase systems in the servomechanism problem [J]. *Automatica*, 1993, 29(2): 337 – 349.
- [86] CHEN J, QIU L, TOKER O. Limitations on maximal tracking accuracy [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(2): 326 – 331.
- [87] STEWART J, DAVISON D E. On overshoot and nonminimum phase zeros [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(8): 1378 – 1382.
- [88] HOAGG J B, BERNSTEIN D S. Nonminimum-phase zeros-much to do about nothing-classical control-revisited part II [J]. *IEEE Control Systems*, 2007, 27(3): 45 – 57.
- [89] SU W, QIU L, CHEN J. Fundamental performance limitations in tracking sinusoidal signals [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1371 – 1380.
- [90] SU W, QIU L, CHEN J. On performance limitation in tracking a s-inusoid [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(8): 1320 – 1325.
- [91] PAL M, SARKAR G, BARAI R K, et al. Reference input tracking of inversion-based non-minimum phase system using adaptive two-degree-of-freedom control [C] // *IEEE First International Conference on Control, Measurement and Instrumentation*. Kolkata: IEEE, 2016: 508 – 513.
- [92] SKOGESTAD S, POSTLETHWAITE I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design* [M]. New Jersey: Wiley, 2005.
- [93] MIDDLETON R H, FREUDENBERG J S, MCCLAMROCH N H. Sensitivity and robustness properties in the preview control of linear non-minimum phase plants [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Arlington: IEEE, 2001, 4: 2957 – 2962.
- [94] SIDI M. Gain-bandwidth limitations of feedback systems with non-minimum-phase plants [J]. *International Journal of Control*, 1997, 67(5): 731 – 744.
- [95] SARIYILDIZ E, OHNISHI K. A new solution for the robust control problem of non-minimum phase systems using disturbance observer [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics*. Vicenza: IEEE, 2013: 46 – 51.
- [96] AL-HIDDABI S A, MCCLAMROCH N H. Tracking and maneuver regulation control for nonlinear nonminimum phase systems: application to flight control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(6): 780 – 792.
- [97] DEVASIA S. Nonlinear minimum-time control with pre- and post-actuation [J]. *Automatica*, 2011, 47(7): 1379 – 1387.
- [98] WANG H, ZOU Q, XU H. Inversion-based optimal output tracking-transition switching with preview for nonminimum-phase linear systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1364 – 1371.
- [99] DEVASIA S. Should model-based inverse inputs be used as feedforward under plant uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1865 – 1871.

- [100] ZHANG Xuxi, CHENG Daizhan. Robust output regulation of a class of non-minimum phase nonlinear systems [J]. *Journal of Systems Science & Mathematical Sciences*, 2011, 31(9): 1082 – 1091. (张戌希, 程代展. 一类非最小相位非线性系统的鲁棒输出调节 [J]. *系统科学与数学*, 2011, 31(9): 1082 – 1091.)
- [101] ZOU Q, LIU J. Multi-objective optimal trajectory design and tracking with non-periodic tracking-transition switching for non-minimum phase linear systems [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89(11): 2371 – 2383.
- [102] WANG L, SU J. Disturbance rejection control for non-minimum phase systems with optimal disturbance observer [J]. *ISA Transactions*, 2015, 57: 1 – 9.
- [103] QUAN Q, CAI K Y, LIN H. Additive-state-decomposition-based tracking control framework for a class of nonminimum phase systems with measurable nonlinearities and unknown disturbances [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(2): 163 – 178.
- [104] SUN L, LI D, GAO Z, et al. Combined feedforward and model-assisted active disturbance rejection control for non-minimum phase system [J]. *ISA Transactions*, 2016, 64: 24 – 33.
- [105] TAVAZOEI M S. Ramp tracking in systems with nonminimum phase zeros: one-and-a-half integrator approach [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2016, 138(3): 0310021 – 0310027.
- [106] ZHU B, LIU H H T, XUE B. Cooperative output tracking of a network of non-minimum phase systems [C] // *Proceedings of the 35th Chinese Control Conference*. Chengdu: IEEE, 2016: 142 – 147.

作者简介:

叶林奇 (1992–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为非最小相位系统、飞行器制导与控制, E-mail: yelinqi@tju.edu.cn;

宗群 (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为飞行器制导控制与仿真、多智能体编队协调控制, E-mail: zongqun@tju.edu.cn;

田栢苓 (1982–), 副教授, 博士, 目前研究方向为飞行器轨迹、制导与控制, E-mail: bailing_tian@tju.edu.cn;

王芳 (1984–), 女, 讲师, 博士, 目前研究方向为飞行器制导与控制, E-mail: fangwang@tju.edu.cn.